

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE ANULAR FECHADA

Guilherme Henrique Sempionato Souza Santos
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
guilhermehss@universia.com.br

Alcides Padilha
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
padilha@feb.unesp.br

Ismael de Marchi Neto
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho – UNESP
ismael_marchi@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
scalon@feb.unesp.br

Resumo. Os problemas de convecção natural tem sido objeto de muitas pesquisas sendo encontrado na literatura um grande número de trabalhos abordando este assunto em geometrias planas. O estudo deste processo em geometrias cilíndricas, entretanto, é bem menos freqüente e tão importante quanto. Na formulação para coordenadas cilíndricas ocorre o aparecimento de termos adicionais da equação o que pode ser um fator complicador. Além disto, a própria implementação de métodos como o de elementos finitos, que independam da utilização de malhas ortogonais, permitem que em determinados casos este problema possa ser contornado com o próprio uso das equações no sistema cartesiano. Entretanto, este fato normalmente conduz à solução de um problema tridimensional e com elevado custo computacional. Ainda assim, existe um grande número de problemas que o tratamento bidimensional em coordenadas cilíndricas permite a obtenção da mesma solução a um custo computacional mais baixo. Por conta disto, este trabalho se propõe a implementar um modelo utilizando técnica de elementos finitos para a solução de problemas em coordenadas cilíndricas e bidimensionais e voltado para análise de um problema de convecção natural em cavidade anular fechada formada por cilindros concêntricos. Discussões sobre os parâmetros de maior influência na solução são também apresentadas.

Palavras chave: convecção natural, estratificação térmica, elementos finitos, métodos numéricos, cavidades cilíndricas verticais.

1. Introdução

No tocante à pesquisa de convecção natural em geometria cilíndrica os estudos são poucos perante aos que estudaram essa em cavidades retangulares. Contudo, vários trabalhos foram desenvolvidos nesse sentido como Evans et al. (1967), que desenvolveram estudos analíticos e experimentais de convecção natural em cilindros verticais; nesse trabalho um cilindro foi cheio de líquido e submetido a um fluxo de calor constante nas paredes. Termopares foram usados para medir o campo de temperaturas transientes no líquido e traçadores de tinta para estudar os padrões de fluxo. Os parâmetros variados foram a razão de mistura água-glicerina, a profundidade do líquido e o fluxo de calor na parede. Uma faixa de valores do número de Prandtl de 2 a 8000 bem com uma razão de aspecto de um a três e do número de Grashof de 10^3 a 10^{11} foram estudadas compreendendo regimes laminares e turbulentos. Um modelo analítico foi desenvolvido dividindo-se o sistema em três regiões. O modelo implementado computacionalmente teve a capacidade de prever a distribuição de temperaturas no fluido em função do tempo com boa aproximação. Lin e Armfield (2000) também realizaram um importante estudo numéricos no tocante à cilindros verticais. Sun e Oosthuizen (1989), dando seqüência a estudos anteriores, realizaram estudos numéricos para cilindros verticais com uma mudança abrupta no fluxo de calor e usando diferenças finitas obtendo resultados para números de Rayleigh variando de 5000 a 30000 e Prandtl de 0.7 a 10, bem como razões de aspecto para os corpos cilíndricos de 1 a 6.

Alizadeh (1999) analisou tanques de estratificação térmica com água sendo injetada pela face inferior. Guo e Wu (1985) estudam a convecção natural em tanques cilíndricos destinados à estocagem térmica para sistemas de aquecimento solar; o modelo foi baseado em convecção forçada e natural e foram usados altos números de Grashoff e Prandtl. Ivancic et al. (1999) analisam um cilindro vertical aquecido em sua superfície inferior com parede lateral sob duas condições: adiabática e condutora sendo que nesse último caso é levada em conta a transferência de calor por condução; os efeitos do número de Rayleigh, Prandtl, razão de aspecto e condições de contorno foram estudadas. Ma et al. (2005) desenvolvem um modelo numérico tridimensional para modelagem de fluxo de fluido estacionário e

transiente em um cilindro vertical aquecido lateralmente; os parâmetros são variados tais como razão de aspecto de dois a oito e o número de Prandtl fixo em 0.021.

Tratando de geometrias anulares Desai e Vafai (1996) desenvolvem um interessante estudo sobre cavidades anulares abertas e fluxo de calor constante nas paredes internas e externas, para números de Rayleigh de 1.3×10^9 e 5.1×10^9 . Al-Nimr (1993) enfoca cavidades anulares abertas combinando condições de contorno de fluxo de calor uniforme e temperatura uniforme. Al-Arabi et al. (1987) desenvolvem estudo similar contudo agora as condições de contorno se resumem em parede interna aquecida uniformemente e parede externa adiabática; três raios são testados e o estudo experimental é realizado para validação obtendo-se bons resultados. Yeung (1989) realiza uma análise da convecção natural dentro de casca cilíndrica fechada com paredes isotérmicas e superfícies inferior e superior insuladas; a análise prediz a estratificação térmica e a taxa média de transferência de calor para quaisquer curvaturas e razões de aspecto; com os resultados numéricos uma comparação experimental também é feita, obtendo-se assim resultados numéricos aceitáveis. Fu et al. (1991) também no mesmo campo de estudo investigam numericamente uma cavidade anular, dessa vez com paredes superior e inferior adiabáticas, a exterior mantida à uma temperatura baixa e a interna submetida à um brusco aumento de temperatura e o número de Rayleigh é variado de 10^4 à 10^6 .

O método de elementos finitos consiste em aproximações nodais em subdomínios que simplificam enormemente a resolução de equações complexas simplesmente implementando-se o algoritmo iterativo em um computador quer seja para um número grande de pontos ou para geometrias complexas. Davis e Thomas (1969) realizaram um estudo numérico em cavidade anular fechada com paredes horizontais adiabáticas, parede interna com temperatura adimensional unitária e parede externa com temperatura adimensional nula; o número de Rayleigh foi variado até 2×10^5 , Prandtl de 0.5 a 5, raio de 1 a 4 e razão de aspecto de 1 a 20. Ismail e Scalon (2000) usam tal conceito para construção de código computacional a fim de analisar cavidades retangulares fechadas.

Cavidades anulares verticais fechadas formadas por dois cilindros concêntricos são de uso comum em diversas aplicações industriais, nucleares e outros fins avançados onde, devido à complexidade do problema, devem ser usadas técnicas computacionais com o menor custo possível para otimização de dispositivos. Neste trabalho é discutida a implementação de um programa computacional baseado na técnica de elementos finitos para resolução de problemas de convecção natural dentro dessa geometria. Os resultados são descritos e analisados levando-se em conta razões geométricas de aspecto, tipos de fluido e razão entre os raios das cascas cilíndricas da cavidade, para estudo da influência da área interna aquecida.

2. Modelo Físico

O problema, exemplificado na fig.1, é baseado no desenvolvimento da convecção livre de gás em regime laminar confinado no interior de duas cascas cilíndricas concêntricas, com paredes adiabáticas nas extremidades. Assume-se também que o fluido contido na cavidade é um gás com número de Prandtl igual a um e que obedece a aproximação de Boussinesq (propriedades constantes exceto a temperatura). A parede interna é aquecida e a parede externa está a uma temperatura menor.

3. Formulação

As equações da continuidade (1), do movimento (2 e 3) e equação da energia (4), ou Equações de Navier-Stokes, em coordenadas cilíndricas podem ser escritas como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

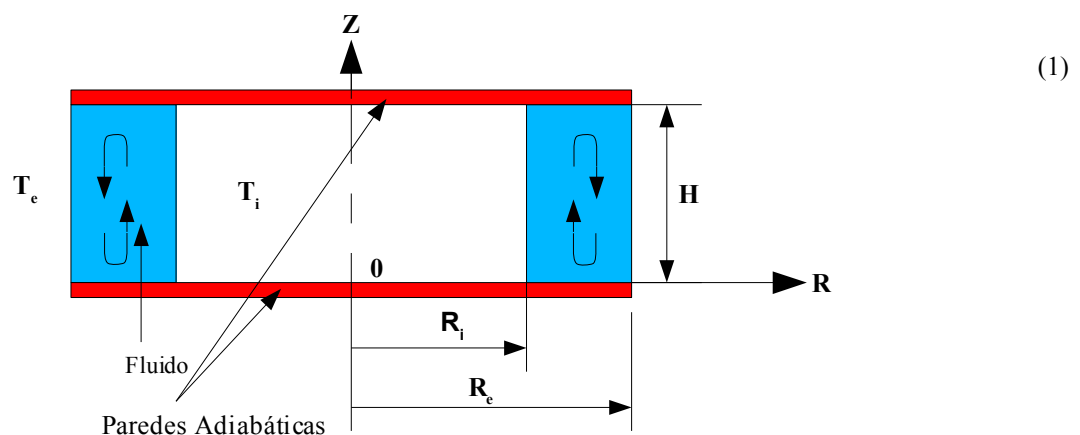


Figura 1. Layout do problema.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + g \beta \delta T \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + g \beta \delta T \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

onde os parâmetros adimensionais considerados são os seguintes:

$$R = \frac{r}{H} ; Z = \frac{z}{H} ; U = \frac{uH}{\alpha} ; V = \frac{vH}{\alpha} ; P = \frac{p}{\rho} \left(\frac{H}{\alpha} \right)^2 ; \quad (5)$$

$$\theta = \frac{T - T_f}{\delta T} ; Pr = \frac{\nu}{\alpha} ; Ra = \frac{g \beta \delta T H^3}{\nu^2} Pr ; \tau = Fo = \frac{\alpha t}{H^2}$$

Então, as equações de Navier-Stokes adimensionalizadas:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (RU)}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial (U)}{\partial R} + V \frac{\partial (U)}{\partial Z} = \frac{-\partial P}{\partial R} + Pr \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial (RU)}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] + Ra \cdot Pr \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial (V)}{\partial R} + V \frac{\partial (V)}{\partial Z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] + Ra \cdot Pr \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial R} + v \frac{\partial \theta}{\partial Z} = Pr \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right] \quad (9)$$

Onde Ra e Pr representam os números de Rayleigh e Prandtl, R e Z as coordenadas adimensionais, U e V as velocidades nas direções R e Z respectivamente, P a pressão adimensional e θ a temperatura adimensional.

O problema está sujeito às seguintes condições de contorno:

➤ Superfícies das extremidades adiabáticas:

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad , \text{ para } Z=1 \text{ e } Z=0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad , \text{ para } Z=1 \text{ e } Z=0 \quad (11)$$

➤ Superfícies laterais sob temperatura imposta:

$$\theta = 1 \quad , \text{ para } R=R_i \quad (12)$$

$$\theta = 0 \quad , \text{ para } R=R_e \quad (13)$$

Admitindo-se que não há escorregamento nas fronteiras rígidas do tanque ou seja, as velocidades nas direções radial e axial são zero. As condições de contorno para velocidades para todo o domínio são:

$$U = 0 \\ V = 0 \quad , \text{ para } R=R_i, R=R_e, Z=0 \text{ e } Z=1 \quad (14)$$

4. Método de solução

O sistema de equações de (6) a (14) é resolvido numericamente pelo método de elementos finitos que, neste caso, consiste na discretização da equação de Navier-Stokes usando o método de Galerkin para geometrias bidimensionais cilíndricas. Utilizando a formulação por resíduos ponderados obtém-se equações que pode ser subdivididas através da integração por partes resultando na forma fraca das equações reduzindo dessa forma sua ordem. Cada um dos termos resultantes são denominados por: termo transiente, termo convectivo, termo difusivo e termo fonte. São usadas então funções de interpolação em cada termo para elaboração das equações de transporte discretizadas. Após a utilização dos métodos descritos tais equações podem ser montadas em sua forma matricial:

➤ Equação da pressão

$$[\overline{A}_p][P] = [B_p] \quad (15)$$

onde:

$$[\overline{A}_p] = \int_{\Omega} R \left(\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_k}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_k}{\partial Z} - N_i \frac{\partial N_k}{\partial R} \right) N_j K_{p,j} d\Omega \quad (16)$$

$$[B_p] = \int_{\Omega} R \left(\frac{\partial N_i}{\partial R} N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,r}) d\Omega - \frac{\partial N_i}{\partial Z} N_j (\hat{V}_j + S_j^{p,z}) - N_i N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,r}) \right) d\Omega - \int_{\Gamma} N_i U_n d\Gamma \quad (17)$$

$$\hat{U}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} U_j}{a_{i,i}}; \quad \hat{V}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} V_j}{a_{i,i}}; \quad K_{p,i} = \frac{b_i}{a_{i,i}}; \quad S_i^{p,z} = \frac{s_i^{p,z}}{a_{i,i}}; \quad (18)$$

➤ Equação da quantidade de movimento:

• Direção r

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K_r] \right) [U]^{(m+1)} = \Gamma_x + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [U]^m + [S_x] - [P_x] [P]^m \quad (19)$$

• Direção z

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) [V]^{(m+1)} = \Gamma_y + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [V]^m + [S_y] - [P_y] [P]^m + Ra Pr [\theta] \quad (20)$$

➤ Equação da conservação da energia:

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) [\theta]^{(m+1)} = \Gamma + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [\theta]^m \quad (21)$$

onde:

• Termo convectivo

$$[C] = \int_{\Omega} W \left[U \frac{\partial \Phi}{\partial R} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(N_k u_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} + N_k v_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (22)$$

• Termo difusivo

$$[K_r] = \int_{\Omega} W \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial (R\Phi)}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(-\frac{1}{R} N_i N_j + N_i \frac{\partial N_j}{\partial R} - R \left[\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_j}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right] \right) d\Omega \quad (23)$$

$$[K] = \int_{\Omega} W \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(N_i \frac{\partial N_j}{\partial R} - R \left[\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_j}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right] \right) d\Omega \quad (24)$$

- Termo transiente

$$[M] = \int_{\Omega} W \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right] d\Omega = \int_{\Omega} N_i d\Omega \quad (25)$$

- Termo fonte:

$$S = \int_{\Omega} W S d\Omega = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega S_j \quad (26)$$

O método utiliza-se de elementos finitos baseado em variáveis primitivas com solução acoplada e aproximação de igual ordem. A solução acoplada consiste em resolver separadamente cada equação e seus resultados serem acoplados por um processo iterativo. Solução por variáveis primitivas é aquele que não faz nenhum tipo de transformação de variáveis, em contraposição ao método da vorticidade e função corrente e a técnica de grade colocalizada, muito utilizada em elementos finitos, define que pressões e velocidades ocupem a mesma posição na malha e tenham a mesma ordem. O método de elementos finitos é uma ramificação dos métodos integrais que se baseiam na aproximação por função da variável em um domínio determinado, considerando-se as condições de contorno iniciais. A discretização é realizada transformando-se equações diferenciais parciais em equações algébricas a serem resolvidas por iterações computacionais (Dhatt & Touzot, 1984). Deve-se aplicar o Método de Resíduos Ponderados buscando dessa forma um desvio mínimo utilizando-se uma função peso. O domínio é dividido em diversos elementos para solução individual que depois devem ser agrupados. Reduz-se então a ordem usando-se a forma fraca da equação resultando em dois termos. Um deles é de superfície e será desprezado em nosso caso visto que se está tratando de elementos internos. Esses passos anteriores são os membros da esquerda das equações 22, 23, 24, 25 e 26. Então procede-se à utilização da aproximação nodal que é uma forma de aproximação onde as expressões utilizam valores das propriedades em cada nó para se obter resultados individuais através das funções básicas de interpolação; isso é visualizado nos termos da direita dessas mesmas equações. A aplicação do método de Galerkin que consiste na utilização da própria função de interpolação como função peso é também visualizada.

O uso da integração numérica para cada um desses termos é então iniciado. Nesse ponto do processo se aplicam funções peso e pontos de integração pré-definidos de acordo com diversos métodos, considerando-se o número de pontos constituintes de cada elemento. No caso de elementos retangulares, utilizados neste estudo o método será o da Quadratura de Gauss. Diversas matrizes elementares são adicionadas em uma matriz global A a qual representa um sistema de n equações relacionadas com os n nós. Todas são dispostas seguindo-se uma ordem apresentada em uma matriz de conectividade, na qual são relacionados os números dos nós constituintes de cada elemento e um número atribuído a este. As condições de contorno são a próxima etapa e são incluídas em duas matrizes, B e C, formadas a partir de um tratamento simplificado (Pantakar, 1980), tais matrizes representam modificações nos elementos de contorno sendo que B corresponde à uma matriz coluna. Desta forma a solução do sistema seria dada por:

$$(A+C)T = B$$

4. Resultados e Discussões

As fig. 2(a) e 2(b) mostram o perfil de velocidades e temperaturas em regime permanente respectivamente para uma razão de aspecto $(H/(R_o - R_i)) = 5$ e razões entre raios $R_o/R_i = 21$ ou seja, com o r_i igual à $R_i = 0,01$, espessura de 0.02 e altura 1; o número de Rayleigh utilizado neste caso foi de 1.25×10^7 . Para as condições estabelecidas o tempo para estabilização foi considerado atingido quando a variação entre as iterações consecutivas no código atingia valores suficientemente pequenos. Pode-se observar, pelas figs. 2, 3 e 4 que o aumento do raio interno para valores grandes permite que a análise se aproxime das condições de convecção entre superfícies planas. Nota-se, nestes casos, o surgimento de mais vorticidades na região superior e inferior, fato mostrado nas fig. 3(b) e 4(b), provocado pelo aumento do raio interno nessa razão de aspecto da cavidade cilíndrica. Tais células de convecção distintas na região central superior da cavidade anular foram comprovadas experimentalmente por Elder apud Davis (1969). Outro fato interessante é o aumento da velocidade próxima à superfície aquecida conforme se reduz o diâmetro, como no caso da fig. 2(a), com razão entre os raios de 21, o que nos dá uma medida indireta dos efeitos da área cilíndrica que, como visto nessa figura, fazem com que as isotermas se acumulem próximas à parede aquecida.

Na fig. 3(a), com razão entre os raios de 2, pode-se observar um maior espaçamento das isotermas se comparadas à fig. 2(a). Na fig. 3(b) a formação de uma segunda célula de convecção na parte central superior, conforme descrito no modelo computacional de Davis e Thomas (1969) para a mesma geometria e as mesmas condições de contorno. Os perfis de temperatura e velocidade obtidos também se apresentaram praticamente idênticos aos obtidos por Davis e Thomas (1969). Velocidades altas nas arestas inferior esquerda e superior direita são notadas decorrente da expansão do fluido na aresta superior esquerda, as velocidades diminuem abruptamente quando o fluido colide com a parede externa perdendo sua energia cinética e ganhando pressão. Tais condições tendem a fazer o fluido permanecer com velocidades baixas na aresta inferior direita. A fig. 4, com raio interno muito grande, tem como intuito simular a convecção natural em cavidade retangular e que permite realizar uma comparação com uma larga gama de trabalhos publicados, como os de Ismail e Scalon (2000), Davis (1993) e outros.

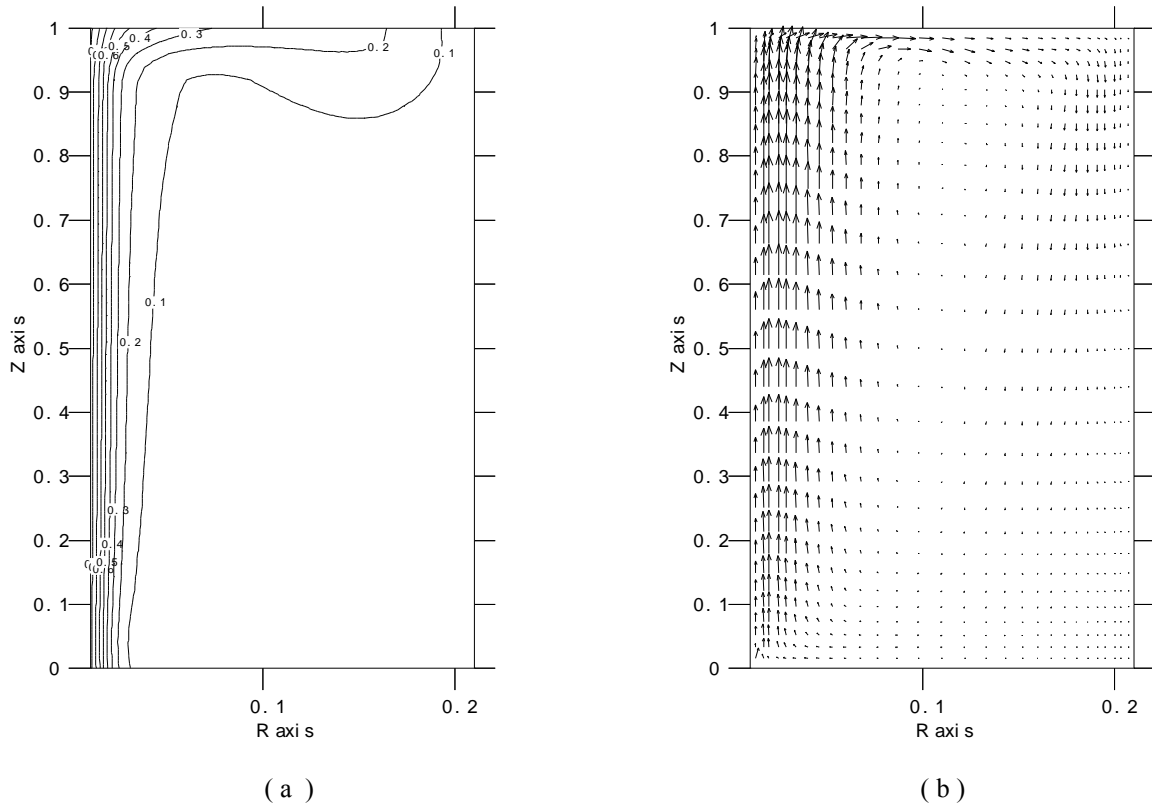


Figura 2. Perfil de temperaturas (a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 21. (Raio em escala 3:1)

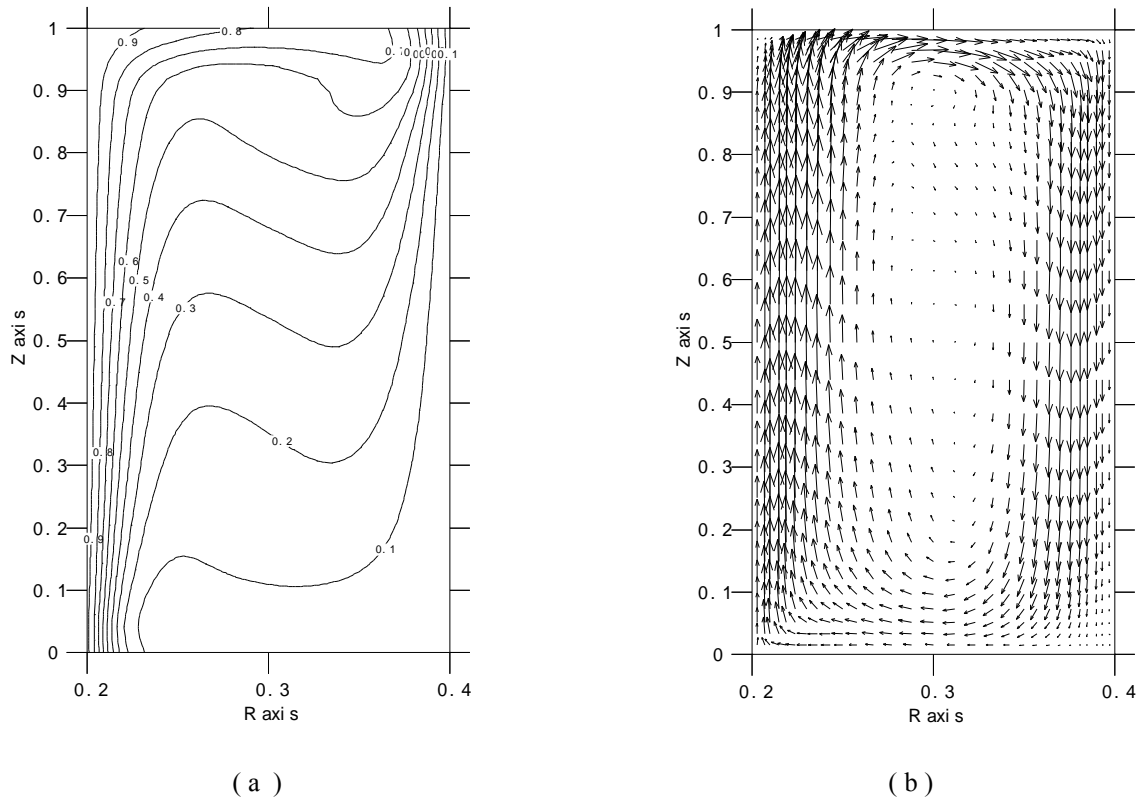


Figura 3. Perfil de temperaturas (a) e velocidades (b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 2 (Raio em escala 3:1).

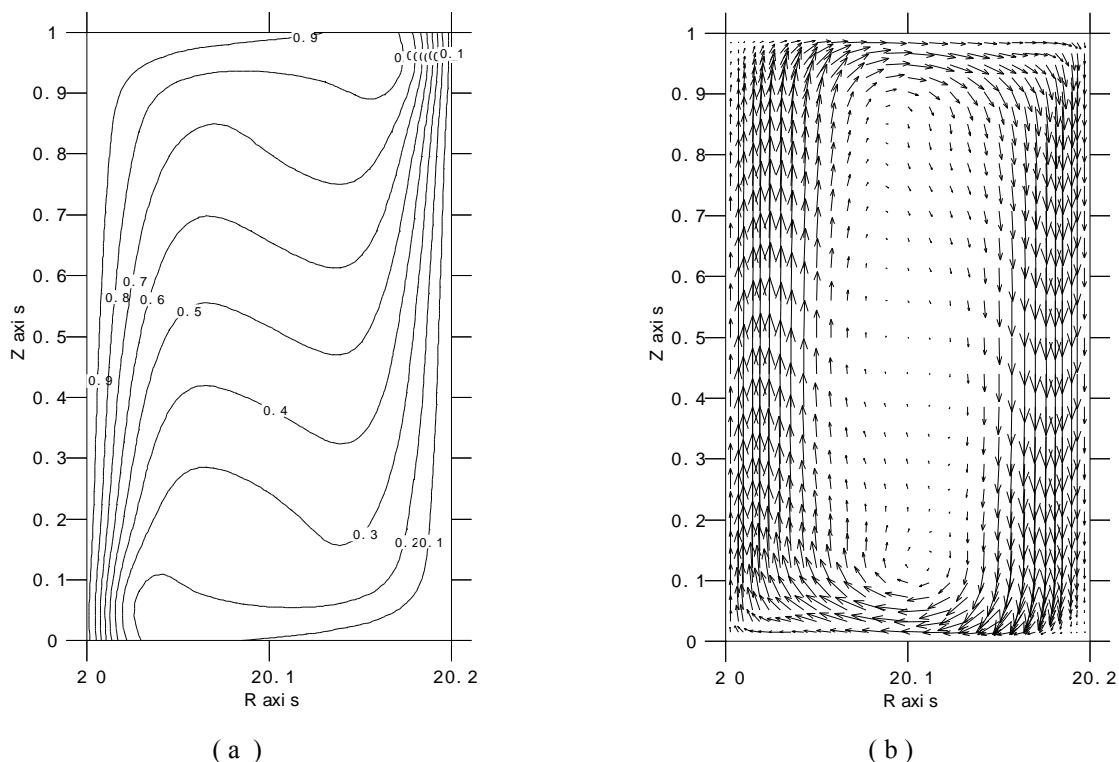


Figura 4. Perfil de temperaturas (a) e velocidades (b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 100. (Raio está em escala 3:1).

As fig. 5(a) e 5(b) mostram a progressão das curvas do número de Nusselt na parede aquecida mantendo-se a razão de aspecto e para diferentes razão de raios. Conforme pode ser observado nas figuras, a curva vai tomando a forma de uma reta inclinada. Nota-se através destes gráficos que para a superfície aquecida o ponto que assume o maior valor de número de Nusselt, é um ponto próximo, mas deslocado, da aresta inferior da cavidade. Outro aspecto importante a ser ressaltado é que o valor do número de Nusselt na parede interna diminui proporcionalmente à razão de raios.

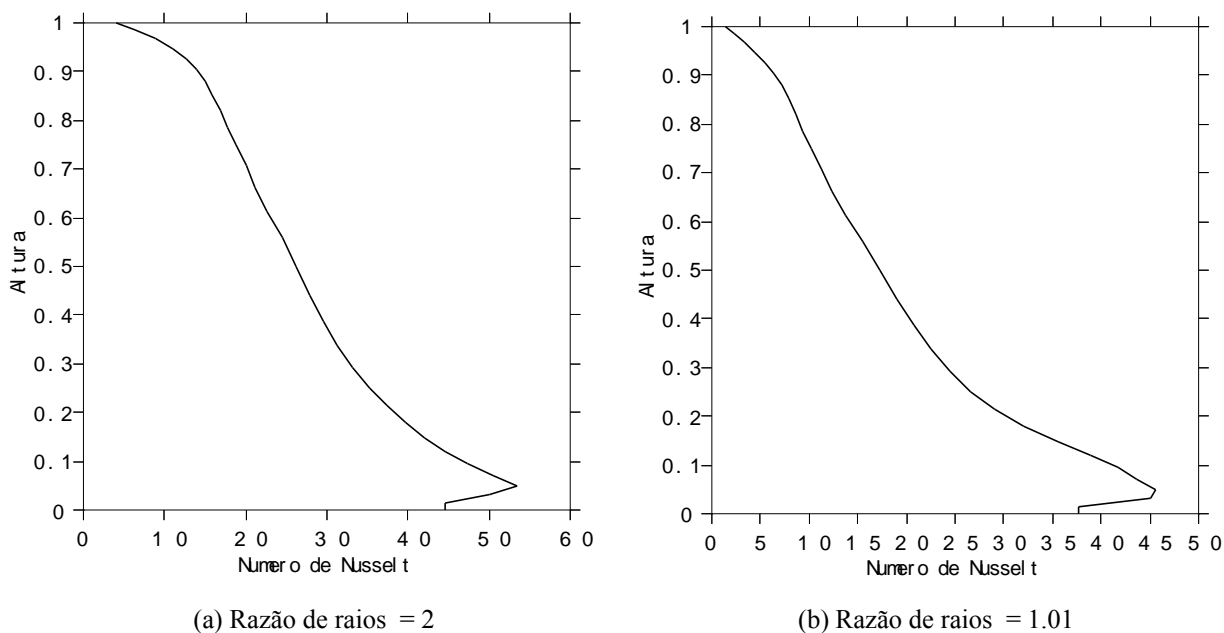


Figura 5. Progressão do número de Nusselt x Altura Adimensional. Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e diferentes razão entre raios.

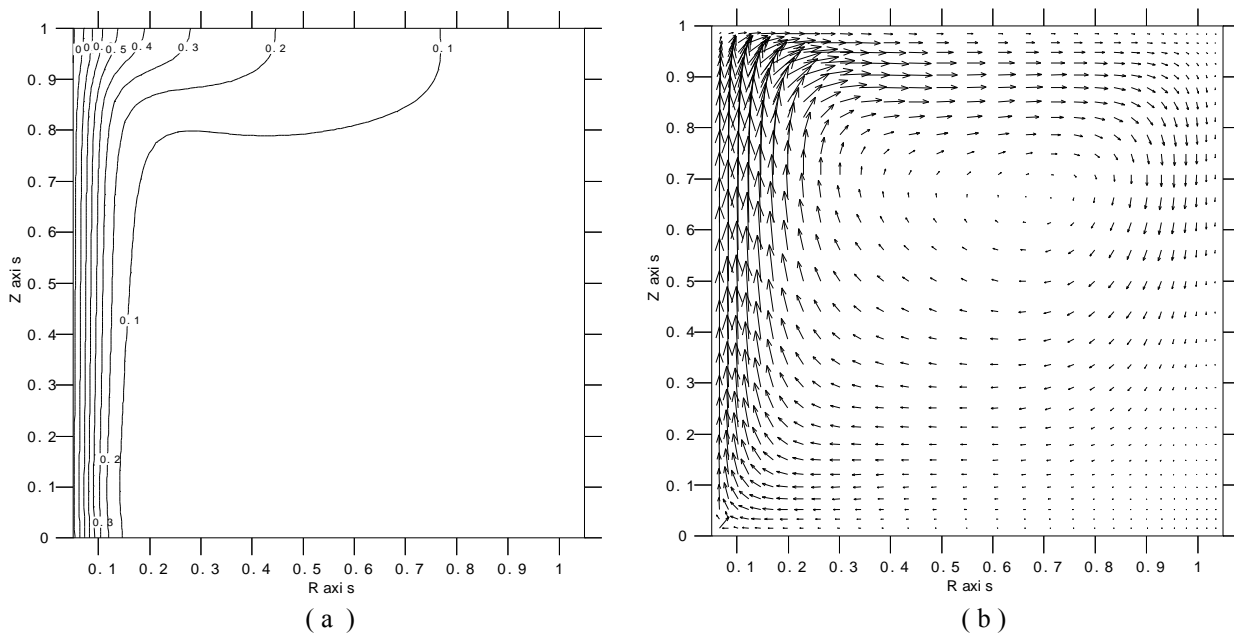


Figura 6. Perfil de temperaturas e velocidades. Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 21.

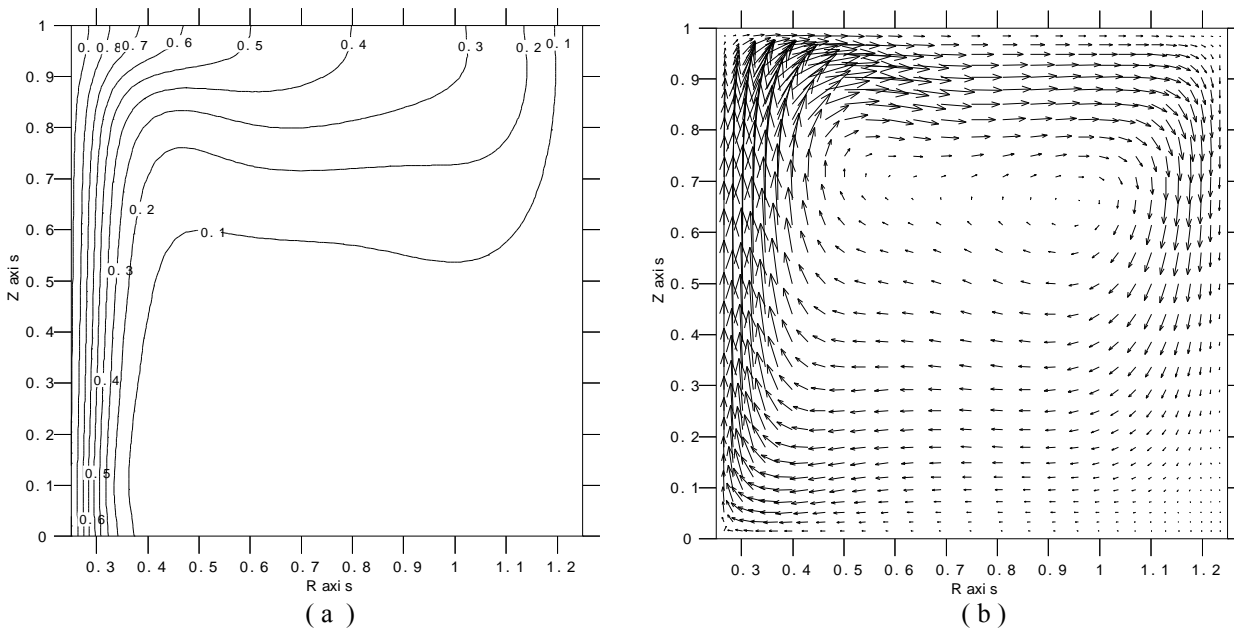


Figura 7. Perfil de temperaturas(a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 5.

Em escoamentos com valores baixos de número de Rayleigh é observada um gradiente de temperaturas predominante na direção radial que indica uma predominância dos efeitos condutivos perante aos convectivos. O aumento dos valores do número de Rayleigh aumenta os efeitos convectivos acentuando o efeito responsável pela estratificação térmica, conforme descreve Padilha (1984).

Nas fig. 6(a) e 6(b) são apresentados os isotermas e isocurvas de velocidades, respectivamente, para razão de aspecto 1 com razão de raios 21 e número de Rayleigh 1×10^5 . Nestas figuras nota-se que uma pequena quantidade de fluido é aquecido nas proximidades da parede interna e ascende devido às forças de empuxo. Deve-se ressaltar que em geometrias radiais, a área de aquecimento é diretamente proporcional ao raio interno e, conseqüentemente, um valor maior de raio interno implica numa maior quantidade de energia transferida ao fluido. A fig. 8(b) apresenta resultados e comportamentos quase idênticos aos obtidos por Ismail e Scalon (2000) e Davis e Jones (1993), que utilizaram as mesmas condições de contorno, propriedades do fluido e número Rayleigh, contudo para convecção em cavidades retangulares.

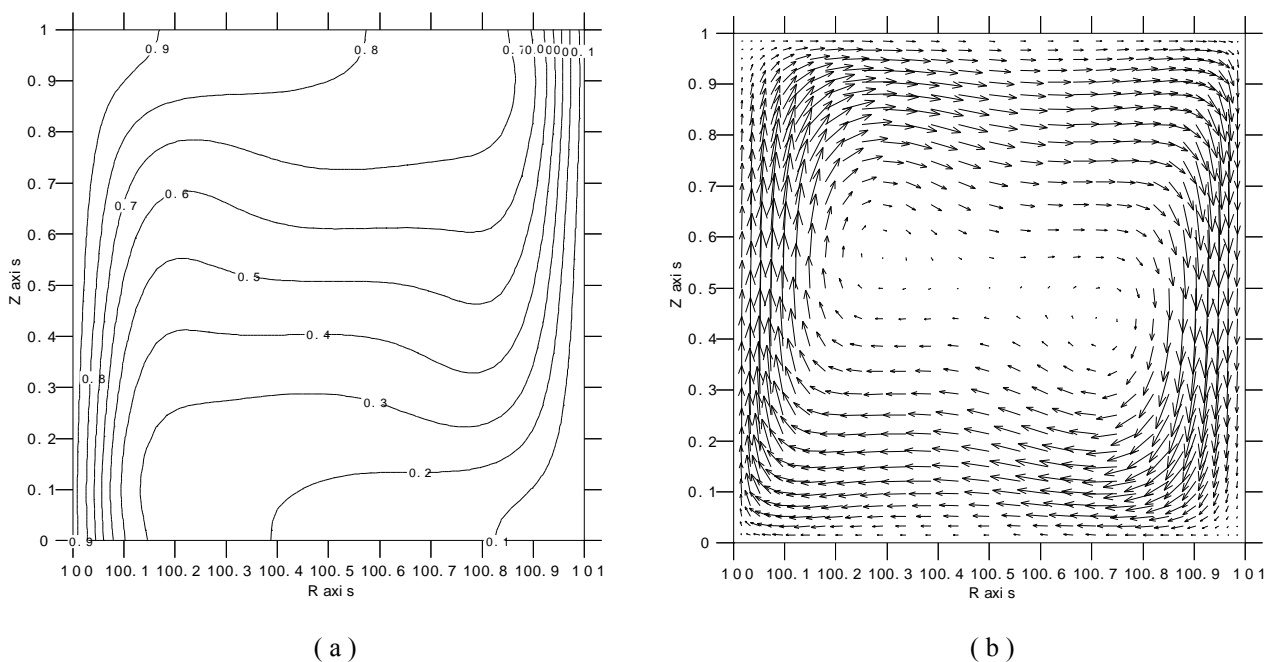


Figura 8. Perfil de temperaturas(a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 1.01.

As fig. 9(a), 9(b) e 9(c) mostram uma diminuição contínua dos valores do Número de Nusselt em função do aumento do raio interno (diminuição do razão de raios). Nota-se ainda, através destas figuras que a inclinação das curvas também muda e tendem a apresentar valores mais uniformes para o Nu, aqueles casos onde a razão de raios é maior.

Em função do observado nos gráficos pode-se dizer que a diminuição da espessura, a diminuição do número de Rayleigh e da razão de raios tem efeitos negativos sobre a taxa transferência de calor por convecção. Na fig. 10 é apresentado um comparativo do número de Nusselt e a espessura, para números de Rayleigh de 1.25×10^7 , 1.25×10^5 e razões de aspecto 1 e 5. Uma análise comparativa similar é feito na figura 11 para os casos de velocidade axial. Neste caso, nota-se um comportamento linear das velocidades em todos os casos, exceto para os casos de maior Ra e maior razão de aspecto. Nesta situação verifica-se, inicialmente, um sobressalto de velocidades que está, provavelmente associado à formação de regiões de recirculação.

A fig. 12(a) mostra uma representação do módulo das velocidades na cavidade de razão de aspecto 1, número de 1.25×10^7 e razão de raios 5 e a fig. 12(b) um detalhe de seu canto superior esquerdo onde pode-se observar detalhes de duas vorticidades formadas nesta região. Com a diminuição do número de Rayleigh as distribuição de velocidades tendem a se tornarem mais uniformes e menores na cavidade, facilitando a estabilidade da estratificação térmica.

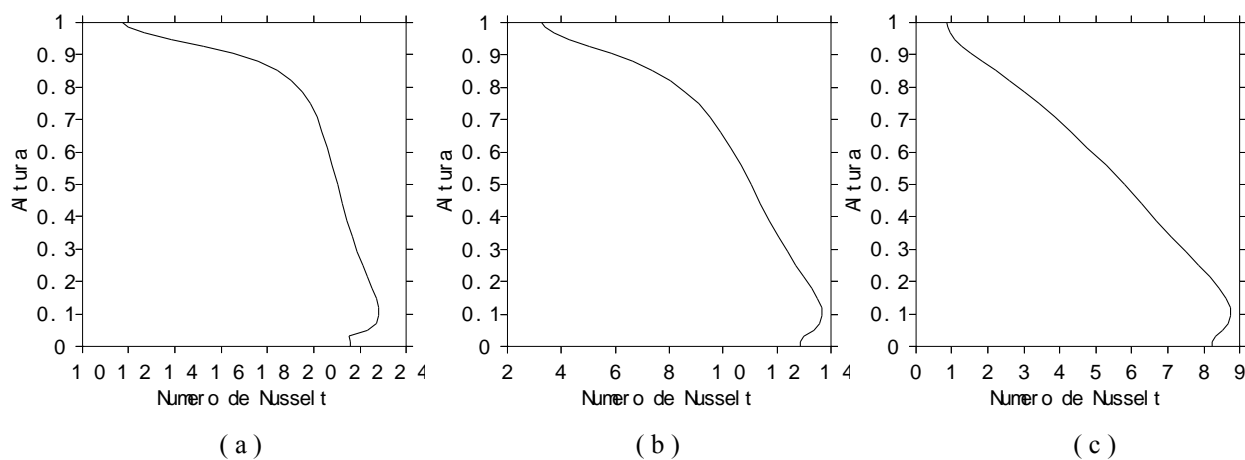


Figura 9. Progressão do número de Nusselt x Altura Adimensional. Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1×10^5 e razão de raios igual à (a)21, (b)5 e (c)1,01 respectivamente.

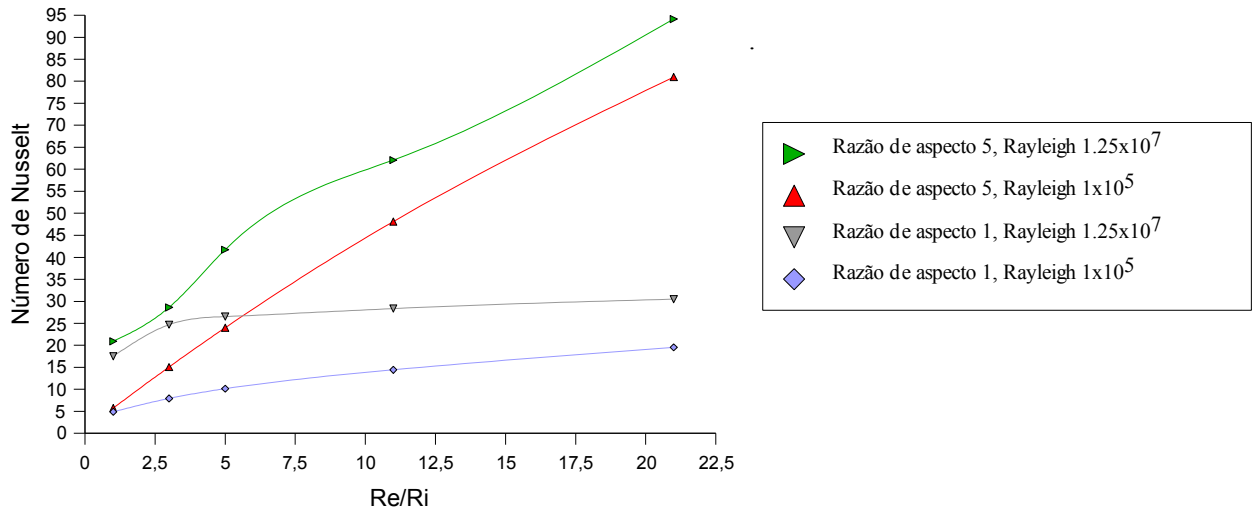


Figura.10. Variação dos número de números de Nusselt médios com a razão de raios para números de Rayleigh e razões de aspecto vistos na legenda.

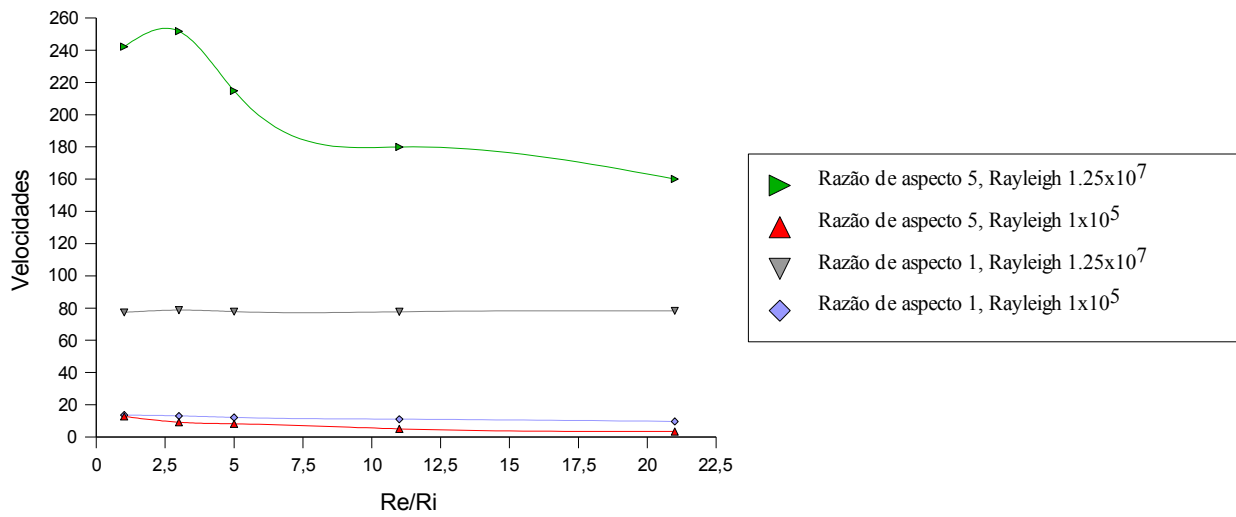


Figura.11. Variação das velocidades médias com a razão de raios para números de Rayleigh e razões de aspecto vistos na legenda.

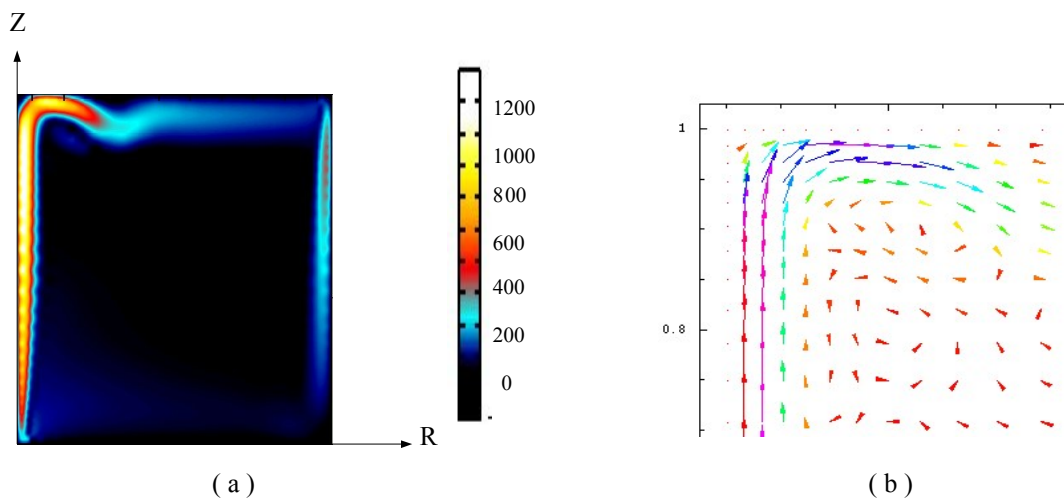


Figura.12. Vorticidades ocasionando fluxo em contra-corrente para razão de aspecto 1 e números de Rayleigh 1.25x10⁷ e razão de raios 5 na representação do módulo das velocidades (a) e mostradas em detalhe do campo de vetores (b) .

5. Conclusão

No presente trabalho é apresentado resultados que comprovam a validade do código computacional proposto para estudo da convecção natural em cavidades cilíndricas fechadas para uma vasta gama de razões de raio, razões de aspecto e números de Rayleigh. Parâmetros de maior importância, como pressões, temperaturas e velocidades são obtidos permitindo a investigação de fenômenos como a formação de vorticidades, movimentação do fluido e formação do fluxo secundário.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Programa UNESP/PROAPP/CAPES pela bolsa de mestrado oferecida ao aluno e que viabilizou o desenvolvimento deste trabalho.

7. Referências

- Al-Arabi, M. , El-Shaarawi, M. A. I. and Khamis, M., 1987, "Natural Convection in Uniformly Heated Vertical Annuli, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, No. 7, July, pp. 1381-1389.
- Albert, M. and O'Neil, K., 1986, "Moving Boundary-Moving Mesh Analysis of Phase Change Using Finite Elements with Transfinite Mappings", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 23, pp. 591-607
- Alizadeh, S., 1999, "An experimental and numerical study of thermal stratification in a horizontal cylindrical solar storage tank.", Solar Energy, Vol. 66, No. 6, pp. 409-421.
- Al-Marafie, Abbas, Moustafa, Safwat M. and Al-Kandarie, Abdullah, 1989, "Factors Affecting Static Stratification of Thermal Water Storage", Energy Sources, Kuwait University, Kuwait City, Kuwait.
- Al-Nimr, M. A., 1993, "Analytical solution for transient laminar fully developed free convection in vertical concentric annuli", International Journal of Heat and Mass Transfer Vol.36, No. 9, pp. 2385-2395.
- Davis, G. de Vahl and Thomas, R. W., 1969, "Natural Convection between Concentric Vertical Cylinders", Physics of Fluids, Vol. 12, No. 12, pp. II-198-II-207.
- Davis, G. de Vahl and Jones, I., 1993, "Natural convection in a square cavity: a comparison exercise", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp. 227-248.
- Davis, G. de Vahl, 1983, "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp 249-264.
- Desai C. P. and Vafai K., 1996, "Experimental and Numerical Study of Buoyancy-Induced Flow and Heat Transfer in an Open Annular Cavity, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 39, No. 10, pp. 2053-2066.
- Dhatt, G. and Touzot, G, 1984, "The Finite Element Method Displayed. [s.i.], John Wiley & Sons.
- Evans, L.B., Reid, R.C. and Drake, E.M., 1967, "Transient Natural Convection in a Vertical Cylinder", AIChE Journal, Vol. 14, No. 2, pp. 251-259.
- Fu, Wu-Shung, Jou, Yi-Horng and Chien-Hsiung Lee, 1991, "A transient natural convection in an annular enclosure ", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 18, May-June, n. 3, p. 373-384.
- Guo, K. and Wu, S. T., 1985, "Numerical Study of Flow and Temperature Stratifications in a Liquid Thermal Storage Tank", Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME, Vol. 107, No. 1, February 1985, pp. 15-20.
- Ismail, K. A. R. and Scalon, V. L., 2000, "A finite element free convection model for the side wall heated cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 1373-1389
- Ivancic, A., Oliva, A., Segarra, C. D. Pérez and Costa, M., 1999, "Heat Transfer Simulation in Vertical Cylindrical Enclosures for Supercritical Rayleigh Number and Arbitrary Side-Wall Conductivity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, No. 2, pp. 323-343.
- Ma, D. J., Henry, D. and Hadid, H. Ben, 1989, "Three-dimensional numerical study of natural convection in vertical cylinders partially heated from the side", Phys. Fluids 17, 124101 (2005) (12 pages).

Padilha, A., 1982, “Estocagem por Estratificação Térmica de Líquido em Reservatório”, dissertação (mestrado), Universidade Federal do Rio de Janeiro (copperj).

Scalon, V. L., 1998, “Estudo de Mudança de Fase em Geometria Plana Aletada Incluindo os Efeitos Convectivos”, Dissertação (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Sun, J. and Oosthuizen, P.H., 1989, “Transient Natural Convection in a Vertical Cylinder with a Specified Wall Flux”, American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (publication) htd, Vol. 107, pp. 305-314.

Weidman, P. D. and Mehrdadthranfar, G., 1985, “Instability of natural convection in a tall vertical annulus”, Physics of Fluids, Volume 28, n. 3, pp. 776-787

Wenxian, Lin and Armfield, S.W., 2000, “Direct Simulation of Natural Convection Cooling in a Vertical Circular Cylinder”, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering, The University of Sydney, Sydney, Australia.

Yeung, Woon-Shing, 1989, “Analysis of natural convection in a closed vertical annulus”, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 16, May-Jun, No. 3, pp. 445-455.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION IN AN ANNULAR CAVITY

Guilherme Henrique Sempionato Souza Santos
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
guilhermehsss@universia.com.br

Alcides Padilha
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
padilha@feb.unesp.br

Ismael de Marchi Neto
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho – UNESP
ismael_marchi@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
scalon@feb.unesp.br

Abstract

The physical problems which involves free convection had been widely researched and several works analyze this phenomenon in plain geometry. However, studies of this process in cylindrical geometry is less frequent and so much, important. The formulation for cylindrical coordinates leads new terms to the problem equation, which complicate its solution. The implementation of the finite elements methods, which are independent of orthogonal meshes, allows that several cases can be contouring with the use of cartesian system. This fact, normally, leads to the solution of a three-dimensional problem and with expensive computational cost. Meanwhile, several problems can be solved with bidimensional treatment and cylindrical coordinates with a lower computational cost. This work implements a model with the finite elements technique for the solution of bidimensional problems in cylindrical coordinates treating a problem of natural convection in a closed annular cavity formed by concentric cylinders. The influence parameters for the solution are presented and results were discussed.

Keywords: Natural Convection, Thermal Stratification, Finite Elements Method, Numerical Methods, Cylindrical Annular Cavity.